

# 表面勾配の可積分性を考慮した自由形状ミラー設計法

近藤 一晃<sup>†</sup> 向川 康博<sup>†</sup> 八木 康史<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 大阪大学産業科学研究所 〒 567-0047 大阪府茨木市美穂ヶ丘 8-1

E-mail: †{kondo,mukaigaw,yagi}@am.sanken.osaka-u.ac.jp

あらまし 反射屈折光学系の設計において最も重要な課題の 1 つは反射ミラーの形状をどのように決定するかである。本論文では表面勾配の集合で定義される完全自由な形状のミラーに関する新たな設計手法を提案する。我々は反射屈折光学系におけるミラー設計と、陰影に基づいた三次元形状復元という一見すると全く異なる問題設定に共通点が存在することに着目した。提案手法では、表面勾配の可積分条件の下で目的射影を満たすようにミラー形状を最適化することで、整合性のあるミラー表面を設計する。実際の問題設定から目的射影を決定し、ミラー形状の設計および形成される射影の評価を行った結果、目的射影を精度よく実現できることを確認した。

キーワード 反射屈折光学系, ミラー形状設計, 三次元形状復元, フォトメトリックステレオ

## Free-form Mirror Designing based on Integrability of its Gradient Field

Kazuaki KONDO<sup>†</sup>, Yasuhiro MUKAIGAWA<sup>†</sup>, and Yasushi YAGI<sup>†</sup>

<sup>†</sup> The Institute of Scientific and Industrial Research, Osaka University

Mihogaoka 8-1, Ibaraki-shi, Osaka, 567-0047, Japan

E-mail: †{kondo,mukaigaw,yagi}@am.sanken.osaka-u.ac.jp

**Abstract** A considerable issue in designing catadioptric imaging systems is how to form the shape of its component mirrors. In this paper, we propose a new algorithm for the free-form mirror designing. The free-form mirror expressed with an assembly of gradients is the most flexible surface representation, which can form various shape. We improve a shape reconstruction framework in photometric stereo scheme to design free-form mirrors in catadioptric imaging systems. An optimal mirror shape is formed so as to produce desired projection as it can under integrability conditions in order to be a consistent surface. We assumed some catadioptric configurations, and actually designed curved mirrors for them. Through the designing experiments, we confirmed that the designed free-form mirrors can approximately produce the desired projections.

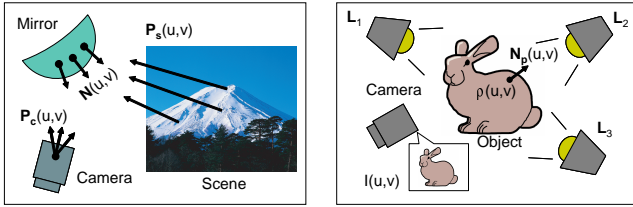
**Key words** Catadioptric Imaging System, Mirror surface designing, 3D shape reconstruction, Photometric Stereo

### 1. Introduction

カメラと反射鏡を組み合わせた反射屈折光学系は、移動ロボットのナビゲーションや広域監視などための視覚系として様々な用いられてきた。これまでに提案された反射屈折光学系は、回転対称な円錐ミラー [1], 双曲面ミラー [2], 放物面ミラー [3] といった基本的な形状の凸型ミラーを用いたものから、縦方向の分解能に着目したもの [4]~[6] や、シーンに対して均一な解像度を狙ったもの [7], 床面における歪みのない射影を目的としたもの [8] など多岐に渡る。また非回転対称な形状で方位方向の分解能を制御したり [9], ミラー形状を多項式で定義して望む射影を達成しようとする試み [10] も提案されている。しかしこれら従来手法では、ミラー形状はいくつかのパラメータでのみ決定されるため、形状表現能力や実現できる射影に限界があっ

た。任意に与えられた射影を実現させるためには、より一般化された自由度の高いミラー形状表現、およびミラー設計法が必要である。

最も一般化されたミラー形状表現法の 1 つは多数の制御変数によって表面形状を直接定義・制御することで、我々はこれを自由形状ミラーと呼ぶ。自由形状ミラーを用いることで、実問題における多様な射影を実現することができる。例えば、歪みのない広視野パノラマ画像を撮影したいという要求がある。この場合カメラを中心とした円筒面への均一な射影が満たされなければならない。またスクリーン上で発生する映像歪みを、プロジェクタ-スクリーン間にミラーを配置することで補正するといった課題も存在する。そのためには、入力画像上での格子がスクリーン上でも正しく格子に投影されるような射影が求められる。自由形状ミラーはこのような複雑な射影が与えられたと



(a) Catadioptric imaging system (b) Photometric stereo  
 図 1 反射屈折光学系およびフォトメトリックステレオにおける問題設定

きでも柔軟に対応することができる。自由形状ミラーに基づいた従来の提案には Swaminathan らによるスプラインの積を利用した手法 [11] が挙げられるが、与えられる制御点の数が制限されているため、目的射影に対して設計自由度が不足する場合があった。またスプラインの次数を越えた曲面や滑らかでない表面を表現することができない。

そこで本論文では、像面の各画素に対応した表面勾配の集合によりミラー表面形状を直接定義し、それにもとづいた新たなミラー設計手法を提案する。提案する自由形状ミラーは従来手法で扱われていたミラー形状だけでなく凹凸を含んだ表面や不連続な境界を持つ面なども表現できるため、より一般的で対応範囲の広い形状表現法である。しかし目的射影を満たすように独立に各勾配を動かしては、整合性のある表面を実際に形成することができない。これは微積分学における三次元表面勾配の可積分性に関連しており、フォトメトリックステレオにおける陰影に基づいた三次元形状復元の問題でも取り扱われている。一般にフォトメトリックステレオでは入力画像における陰影をもとに、それをもたらすような対象物の形状を推定する。一方で自由形状ミラーの設計では目的の射影を満たすようなミラー形状を設計する。我々はこれら二つの問題設定における共通点、およびカメラに関する条件や境界条件の必要性といった相違点に着目し、可積分の条件下で自由形状ミラーの最適化を行う。さらに提案手法の正当性および実用性を、実問題を想定した実験により確認する。

## 2. 問題設定

### 2.1 自由形状ミラー設計

反射屈折光学系の設計は実現したい目的射影を問題設定に基づいて決定することから始まる。目的射影はカメラ像面上の各画素  $(u, v)$  に対してシーン中の光線  $P_s(u, v)$  を対応させることで与えられる。またカメラは自身の射影により画素  $(u, v)$  と光線  $P_c(u, v)$  を対応づける。これらの 2 つの光線はミラーによる反射で関係付けられるため、表面における法線ベクトル  $N(u, v)$  およびベクトル正規化演算子  $\mathcal{N}[x] = \frac{x}{\|x\|}$  を用いて

$$N(u, v) = -\mathcal{N}[\mathcal{N}[P_s(u, v)] + \mathcal{N}[P_c(u, v)]] \quad (1)$$

のように定式化される。図 1(a), 図 2 は上記関係を模式図および光路図で示している。ミラー形状設計では算出された法線マップ  $N(u, v)$  を満たすような表面形状を求めることが目的となる。すなわち法線ベクトル  $N$  を接ベクトルに分解し、それ

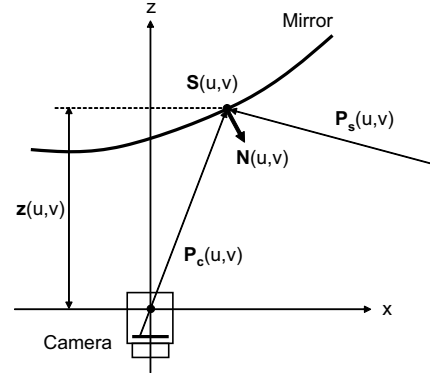


図 2 反射屈折光学系における光路図。

らを積分することで表面形状を得る。

しかし、ここで 1 つの問題が発生する。一般に表面形状の接ベクトルは微分によって容易に算出することができるが、その逆の、接ベクトル場の積分をして表面形状とすることは必ずしも成立しない。なぜなら、表面における積分結果は積分経路に依存するため、任意に接ベクトル場を与えた場合、複数の積分経路に沿った積分結果に矛盾を生じるからである。整合性のとれた表面を形成するためには、この問題に対するなんらかのアプローチが必要となる。

### 2.2 フォトメトリックステレオにおける三次元形状推定

我々は、フォトメトリックステレオが、実は前節で挙げたミラー形状設計問題と良く似ていることに着目した。古典的なフォトメトリックステレオにおける三次元形状復元では、まず、平行光源を仮定した上で対象物の陰影画像から物体表面法線を推定する。例として並行光源とランバート面を仮定した場合の法線推定法を挙げる。対象物体の表面形状をカメラ像面上の画素  $(u, v)$  に対応した三次元点の集合  $(x(u, v), y(u, v), z(u, v))$  で定義すると、ランバートモデルを表す次式が成立する。

$$I(u, v) = \rho(u, v) \frac{\mathbf{L} \cdot \mathbf{N}_p(u, v)}{\|\mathbf{L}\| \|\mathbf{N}_p(u, v)\|} \quad (2)$$

ここで  $I(u, v)$ ,  $\rho(u, v)$  は  $(u, v)$  における画像輝度および物体表面のアルベドを示す。また  $\mathbf{L}$  は平行光源の方向、 $\mathbf{N}_p(u, v)$  は推定された物体表面の法線ベクトルである (図 1(b))。複数の平行光源を用い各々の照明下で撮影を行うことで、(2) 式を解き、法線ベクトル場を得る。

続いて得られた法線ベクトルを接ベクトルに分解し、それらを積分することで対象物の三次元形状を復元する。積分方法はいくつか提案されており、二次元のポアソン方程式を用いる簡便な手法から、Horovitz らによって提案された Gauss-Seidel 法の繰り返しを利用する手法 [13], Agrawal らによって提案された線形解法などがある [14]。

### 2.3 二つの問題設定に存在する共通点と相違点

以上で述べたように、自由形状ミラーの設計とフォトメトリックステレオにおける対象物体の三次元形状復元は、目的こそ異なるものの本質的な問題設定は酷似している。そのため多くの原理を自由形状ミラーの設計に利用することができると考えられる。しかし、従来のフォトメトリックステレオのアルゴ

リズムを直接用いても適切な自由形状ミラーを得ることはできない。それは二つの問題設定における法線ベクトルの意味が異なるからである。フォトメトリックステレオでは法線ベクトル  $N_p$  は実在する対象物体から生じている。そのため、本質的に積分結果は矛盾を生じず、正しく三次元形状を復元できるはずである。もし積分結果に矛盾が生じたならば、それは鏡面反射、影、キャリブレーション誤差などが原因であり、それらの影響を小さくすることで精度の良い形状復元が達成される。一方、自由形状ミラー設計の場合、法線ベクトル  $N$  はカメラが持つ射影  $P_c$  と目的射影  $P_s$  から決定される。一般に目的射影  $P_s$  は、整合性のある表面形状を形成できるかどうかを全く考慮せずに与えられる。そのため目的射影  $P_s$  を完全に満たすミラー形状は存在しない場合がほとんどである。すなわち、そもそも与えられた目的射影が実現不可能であることが多い。よって自由ミラー形状設計では、目的射影との間に生じる残差を最小にするようなミラー形状を求めることが重要といえる。この点が二つの問題設定における大きな相違点である。

他にも、フォトメトリックステレオの中には、対象物体形状の境界条件が既知、正射影カメラへの近似、などといった、ミラー形状設計には不適な条件を含んだ手法もある。一般的な透視投影カメラを想定した追加の条件設定を必要としないミラー形状設計のためには、従来のフォトメトリックステレオの手法を、自由形状ミラーの設計に適した手法へと発展させる必要がある。

### 3. 自由形状ミラーの設計法

#### 3.1 自由形状ミラーの表現法

本論文では、透視投影でモデル化されたカメラ  $C$  とその前方に配置された一枚の自由形状ミラー  $M$  で構成された反射屈折光学系を扱う (図 2)。カメラ  $C$  が  $W \times H$  個の画素で構成された像面  $(u, v)$ ,  $0 \leq u \leq W, 0 \leq v \leq H$  を持つとすると、カメラによる射影  $P_c(u, v)$  は以下のように定式化される。

$$P_c(u, v) = \begin{bmatrix} -\frac{K_u}{f}(u - W/2) \\ -\frac{K_v}{f}(v - H/2) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

(3) 式において、 $f$  はカメラの焦点距離、 $K_u, K_v$  はそれぞれ  $u, v$  方向のイメージセンサの大きさを表している。(3) 式および目的射影  $P_s(u, v)$  より (1) 式を用いて目的法線マップ  $N(u, v)$  を得る。またカメラ像面上で定義された奥行きマップ  $z(u, v)$  を用いて、ミラー形状  $S(u, v)$  を次式で定義する。

$$S(u, v) = P_c(u, v)z(u, v). \quad (4)$$

2.1 節で述べた問題設定によれば、ミラー形状設計では法線マップ  $N(u, v)$  を満たすことが目標であるから、ミラー表面の傾きをして制御変数とすることがもっとも直接的である。よって本手法ではミラー表面  $z(u, v)$  の勾配  $p = \frac{\partial z}{\partial u}, q = \frac{\partial z}{\partial v}$  を制御変数として  $S(u, v)$  を定義し、自由形状ミラーとする。このように定義された自由形状ミラーが、法線マップ  $N(u, v)$  を  $u, v$  方向

の勾配に分解した値となるべく一致するようにその表面形状を求めることが提案手法の目的である。そこで重要となるのが可積分性と呼ばれる条件である。

#### 3.2 自由形状ミラーの可積分条件

目的射影を形成するために制御変数  $p, q$  を自由に動かすだけでは、ミラー形状は整合性の取れた表面として実現できない。整合性の条件は表面勾配の可積分性として知られている [12]。もともとは微分幾何学分野における三次元表面形成のための条件であるが、自由形状ミラーの表面形成にも同様に利用することができる。

一般に、表面上のある点  $A$  から点  $B$  へ向って勾配 (接ベクトル) を積分した場合、その積分結果は積分経路に依らず一定である (図 3)。もし様々な経路に沿った積分結果が同一でなかったならば、積分対象であった勾配は整合性の取れた表面を形成する上で矛盾を持つことになり、それは実現不可能となる。この表面形状の実現可能性は表面勾配の可積分性として定式化される。すなわち、ミラー形状  $S(u, v)$  の接ベクトル  $p(u, v), q(u, v)$  を用いた curl 演算子により

$$\text{curl} = \frac{\partial p}{\partial v} - \frac{\partial q}{\partial u} = 0 \quad (5)$$

と表すことができる。これは閉じたループ状の微小経路に沿った積分結果が 0 であることに対応している。自由形状ミラーは実質的には奥行きマップ  $z(u, v)$  の勾配  $p, q$  で定義されているため、接ベクトルではなく勾配  $p, q$  を用いたスカラーの式で可積分性が表現される。

$$\text{curl} = \frac{\partial p}{\partial v} - \frac{\partial q}{\partial u} = 0 \quad (6)$$

(6) 式をカメラ像面  $(u, v)$  を対象に離散化することで、自由形状ミラーの可積分性が線形式で表現される。制御変数  $p, q$  が像面上の各画素単位で定義されるため、スプライン [11] や多項式 [10] を用いたミラー表現法よりも高い設計自由度を実現できる。離散化された勾配は

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial v} &= p(u, v+1) - p(u, v) \\ \frac{\partial q}{\partial u} &= q(u+1, v) - q(u, v). \end{aligned} \quad (7)$$

のように表すことができる。よって (6) 式による可積分条件は以下のように書き換えられる。

$$\text{curl} = p(u, v+1) - p(u, v) - q(u+1, v) + q(u, v) \quad (8)$$

$p, q$  を縦に並べた  $2WH \times 1$  の列ベクトルを勾配ベクトル  $g$  とすると、(8) 式は行列の形で

$$\text{curl} = [0 \cdots 0 \ 1 \ 0 \cdots 0 \ -1 \ 0 \cdots 0 \ 1 \ 0 \cdots 0 \ -1 \ 0 \cdots 0]g \quad (9)$$

と表される。(9) 式は隣接する 4 正方画素で構成される単位ループに関する可積分性を示している。それより大きなループを対象とした可積分性は、単位ループの線形結合で作り出せるため、意味のある可積分条件とはならない。よって、 $(u, v)$  の各部における (9) 式を並べることで、自由形状ミラー全体に関する可

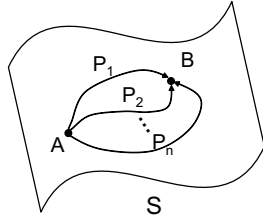


図 3 可積分性を示す模式図. 積分結果は経路によらず一定でなければならない.

積分条件 (10) 式を得る .

$$Cg = 0 \quad (10)$$

ここで  $C$  は  $WH \times 2WH$  の行列である . 各行は (9) 式に対応し ,  $p(u, v+1), q(u, v)$  の係数である 2 つの 1 と  $p(u, v), q(u+1, v)$  の係数である 2 つの  $-1$  , および 0 で構成される .

### 3.3 透視投影射影における可積分条件

続いて透視投影カメラを使用した場合の可積分条件を導く . 前節 (8) 式で示した可積分条件は , 正射影カメラを用いた場合にはそのまま適用できるが , 透視投影カメラには適用できないからである . フォトメトリックステレオでは , 対象物体から十分離れた場所にカメラを設置することができ , 透視投影カメラを正射影カメラとして近似することができた . 正射影カメラは奥行きに依存しない射影であるため , 陰影から導出された法線ベクトルを簡単に接ベクトルや勾配に分解することができる . しかし , 反射屈折光学系では , 一般にカメラから比較的近い位置に反射ミラーを設置するので , 正射影カメラへの近似が成立しない . よって透視投影カメラに対応した可積分条件が必要となる .

物体表面の法線ベクトルから接ベクトルに分解するには , それらの外積が法線ベクトルの方向と一致するように定めればよい . これにより接ベクトルの方向が一意に決定される . 一方 , 接ベクトルの長さは , 表面形状の定義法によっては一意に決定しない . 正射影カメラに基づいた表面形状定義では接ベクトルの長さは奥行きに依らないため , 法線ベクトルから一意に決定される (図 4(a)). しかし , 透視投影カメラに基づいた表面形状定義の場合 , 接ベクトルの長さはその奥行きに依存しており不定である (図 4(b)). 我々はこの問題を Tankus らの提案 [15], [16] を利用して解決した . 透視投影カメラにおける接ベクトルの長さは確かにその奥行きに依存するが , その関係は線形である . そのため接ベクトルを奥行きで除算した  $p' = \frac{p}{z}, q' = \frac{q}{z}$  は法線ベクトルから一意に決定できる . すなわち勾配  $p, q$  のかわりに奥行き  $z$  による正規化勾配  $p', q'$  を自由形状ミラーの制御変数とすることで透視投影カメラに対応することができる .  $p', q'$  を対象とした  $curl$  演算子は (6) 式より

$$\begin{aligned} curl(p', q') &= \frac{\partial p'}{\partial v} - \frac{\partial q'}{\partial u} \\ &= \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{1}{z} \frac{\partial z}{\partial u} \right) - \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{1}{z} \frac{\partial z}{\partial v} \right) \\ &= \frac{1}{z} \left( \frac{\partial^2 z}{\partial v \partial u} - \frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} \right) - \frac{1}{z^2} \left( \frac{\partial z}{\partial v} \frac{\partial z}{\partial u} - \frac{\partial z}{\partial u} \frac{\partial z}{\partial v} \right) \\ &= \frac{1}{z} curl(p, q) \end{aligned} \quad (11)$$

となる . ここで  $z > 0$  であるから , 可積分条件  $curl(p, q) = 0$

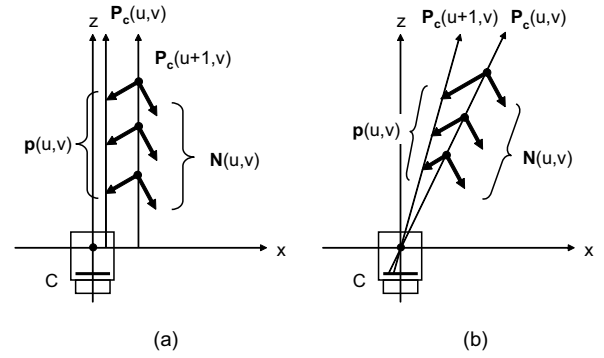


図 4 法線ベクトルと接ベクトルとの関係 . (a) 正射影カメラの場合 . (b) 透視投影カメラの場合 .

は  $curl(p', q') = 0$  と同値である . また

$$\begin{aligned} p' &= \frac{1}{z} \frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial \ln z}{\partial u} \\ q' &= \frac{1}{z} \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\partial \ln z}{\partial v} \end{aligned} \quad (12)$$

であることを合わせて考慮すると , 正規化勾配を用いることは , 通常空間における勾配の可積分性をそのまま対数空間における可積分性として捉えたことに相当する . つまり , 勾配  $p, q$  を正規化勾配  $p', q'$  に置き換えることで透視投影カメラにおける可積分条件を対数空間で与えることができる .  $p', q'$  についても同様に離散化を行うことで

$$\begin{aligned} curl(p', q') &= p'(u, v+1) - p'(u, v) \\ &\quad - q'(u+1, v) + q'(u, v) \end{aligned} \quad (13)$$

が得られ ,  $C$  の作成に用いられる .

正規化勾配を用いる上で注意すべき点は , それらの最適化後 , ミラー形状を計算するときに追加の処理が必要なことである . 勾配  $p, q$  の場合は , それらの積分によって奥行きマップ  $z$  を直接得ることができるが , 正規化勾配  $p', q'$  の積分は奥行きマップの対数を出力する . それゆえ目的のミラー形状を得るには得られた対数奥行きマップ  $\ln z$  の指数をとる追加処理が必要となる .

### 3.4 可積分条件下での勾配残差最小化

最適なミラー形状は可積分条件 (整合性のとれた表面を形成するための拘束) のもとで残差を最小化することで求められる . Agrawal らによるフォトメトリックステレオを対象にした手法 [14] では , 2 次元グラフを用いることで , ミラー表面の各部における整合性を表現している . 彼らは , 整合性の高い , すなわち  $curl$  値が小さい部分に対応するノードから順に結合していくことで , 可積分条件を満たしている勾配から優先的に決定している . この手続きは整合性の低い勾配を破棄するため , 外れ値除去のような働きが期待される . これはフォトメトリックステレオのように法線が誤差を含む場合に有効であるといえる . しかし , 反射屈折光学系のミラー形状設計において生じた不整合は , 目的とする射影自体がそもそも完全には実現できないことが原因である . そのため , 外れ値や誤差といった概念が存在せず , ゆえに全体的な残差を最小化するような解法が望ましい .

我々は最小二乗近似として知られている線形最適化手法を用

いて全体的な残差を最小化した。自由形状ミラーを定義する勾配  $g$  が目的射影から導出された目的勾配  $g_d$  に一致することが理想であるから、理想解は

$$g = g_d \quad (14)$$

のように表すことができる。しかし可積分条件 (10) 式により解空間が狭められるため  $g$  に要素数だけの自由度はない。可積分条件を満たすベクトル空間  $g$  は (10) 式の一般解であることから、以下のようにして求めることができる。一般に行列の形式で表現された線形斉次方程式  $Ax = 0$  において、係数行列  $A$  に行変換をかけることで

$$\begin{bmatrix} E & S \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x = 0 \quad (15)$$

なる方程式が得られたならば、 $Ax = 0$  の一般解  $x$  は

$$x = \begin{bmatrix} -S \\ E \end{bmatrix} y \quad (16)$$

と表されることが知られている。ここで  $E$  は単位行列、 $y$  は解空間  $x$  の各々の基底に対応する係数を並べた任意のベクトルである。(10) 式の場合、係数行列  $A$ 、ベクトル  $x$  にはそれぞれ行列  $C$  および勾配ベクトル  $g$  が対応する。 $g$  を

$$g = \begin{bmatrix} p'(0,0) \cdots p'(W-1, H-1) \\ q'(0,0) \cdots q'(W-1, H-1) \end{bmatrix} \quad (17)$$

と並べて定義したならば

$$C = \left[ \begin{array}{cccc|cc} -E & E & & & 0 & Q & 0 \\ & -E & E & & & & Q \\ & & \ddots & & & & \ddots \\ 0 & & & -E & E & 0 & Q \end{array} \right] \quad (18)$$

のように、 $W \times W$  の単位行列  $E$ 、正方行列  $Q$ 、正方零行列  $0$  のブロックを縦横に  $2H \times H$  個並べた形で表現される。 $Q$  は

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & -1 & & 0 \\ & 1 & -1 & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

である。 $C$  の左半分に注目すると、最下行ブロックから真上の行ブロックへ順に行の足し算を行えば、(15) 式の形に変形可能であることに気づく。すなわち

$$C \rightarrow \left[ \begin{array}{cccc|ccc} -E & 0 & \cdots & E & Q & Q & \cdots & Q \\ & -E & 0 & E & & Q & & \\ & & \ddots & \vdots & & & \ddots & \\ 0 & & & -E & E & 0 & & Q \end{array} \right] \quad (20)$$

$$= \begin{bmatrix} -E & S \end{bmatrix}$$

となり、(16) 式に従うと解ベクトル  $g$  の一般解は以下の形となる。 $h$  は (16) 式の  $y$  に対応している。

$$g = \begin{bmatrix} S \\ E \end{bmatrix} = Th \quad (21)$$

最終的に (14) 式、(21) 式を解くことで目的の解  $g$  を得る。

$$Th = g_d \quad (22)$$

$$h = T^+ g_d \rightarrow g = TT^+ g_d \quad (23)$$

ここで  $T^+$  は  $T$  の疑似逆行列を示す。この手法では追加の前提条件を全く使用していないため、フォトメトリックステレオのように対象物体の境界条件を与える必要がないという利点も持っている。

### 3.5 重みマップを用いた勾配最適化

前節で述べた手法では、最小二乗近似を用いることでミラー全体を対象とした残差最小化を通してミラー形状を決定しているが、それに加えて各勾配の重要度を表した重みマップを用いることでより最適なミラー形状を得ることができる。これは出力射影の達成度に対する評価値が場所毎に異なっていたり、勾配残差が射影に与える影響が像面の場所によって変化する場合 [11] などに有効である。また残差が大きい部分の重みを小さくすることで、局所的な残差の増大を許す代わりに、残差が周囲へ広がってしまうことを防ぐこともできる。この場合、重みマップは目的射影から算出された目的勾配マップの可積分性を調査することで作成される。なぜなら可積分が崩れている部分ほど結果として射影残差が大きく現れるからである。よって *curl* 値が大きい場所には低い重みを与えたり、場合によっては重みを 0 にすることで残差を小領域へとどめることができる。Agrawalらの手法 [14] は *curl* 値が大きい勾配への重みを 0 としているので 0 or 1 の重みマップを用いていると言える。だが、彼らの手法では未知数が評価式の数になるまで 0 重みを与え続けしてしまうため、提案手法にあるような全体的な最適化といった効果はない。

重みマップを用いた最適化の具体的な処理手順は以下の通りである。重みマップ  $M$  は

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & & & 0 \\ & m_{21} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & m_{WH} \end{bmatrix} \quad (24)$$

のように、対角要素が像面上の各画素に対応する重みを表す対角行列である。 $M$  を (22) 式の両辺に左から乗じて最小二乗近似することで、重みつき最適化を行う。

$$MTh = Mg_d \quad (25)$$

$$h = (MT)^+ Mg_d \rightarrow g = T(MT)^+ Mg_d \quad (26)$$

このような重みマップを用いた最適化は従来手法にも適用可能である。しかし従来手法では制御変数が像面 (ミラー面) の各場所と一対一に対応していないため、局所的な重みづけは制御変数にあまり影響を与えず、効果が薄い。提案手法では与えた重みが直接制御変数に働き掛けるので、より適応的に最適化を行うことができる。

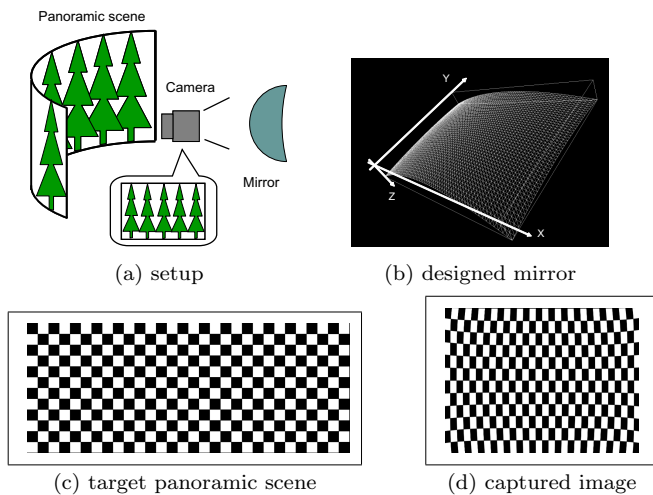


図 5 広視野パノラマカメラ. 図 (b) 中の  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  軸はカメラ座標を示す.

## 4. 実験

提案手法の有用性および実用性を検証するために、実利用を想定した問題設定下でミラー形状設計を行った。以下に示す実験ではコンピュータビジョンにおいて一般的によく用いられているカメラのパラメータを想定している。イメージセンサの大きさは縦横 4 : 3 の 1/3 インチ型の CCD センサ、カメラレンズの焦点距離は  $6\text{mm}$  や  $9\text{mm}$  である。

### 4.1 広視野パノラマカメラ

提案手法を用いて設計された自由形状ミラーは、撮影画像に歪みを生じることなくカメラ視野角を広げることができる。その例として図 5(a) に示すような、広視野パノラマ撮影を目的とした反射屈折光学系を想定した。歪みのないパノラマ映像を得るためには、カメラを中心とした円筒面を均一に観測するような射影が必要である。よって目的射影は円筒面を同じ大きさの格子に分割する形で定義される。実験では焦点距離  $6.0\text{mm}$  のレンズで形成される縦横およそ  $\pm 20^\circ \times \pm 15.3^\circ$  の透視投影視野を、 $\pm 50^\circ \times \pm 20^\circ$  に拡大するような自由形状ミラーの設計を行った (図 5(b))。設計された自由形状ミラーを用いると、図 5(c) のようなパノラマシーンは図 5(d) のような画像として撮影される。シーン中の正方格子が撮影画像上でもほぼ正方の格子として射影されていることが確認された。特に中央部ではほとんど歪みが見られない。上下左右端に多少の歪みが残っているものの、その量は従来のパラメトリックな表現のミラーを用いた場合に比べ格段に小さく抑えられている。

### 4.2 反射屈折光学型プロジェクタ

自由形状ミラーを用いることで、プロジェクタ-スクリーン系における映像歪みを補正する。一般にスクリーンに対して斜めから投射された映像は台形歪みを生じる。この台形歪みは、通常、投影用の映像自身を事前に変形させておくことで補正されているが、この補正法は分解能が低下するという欠点を持つ。プロジェクタに自由形状ミラーを組み合わせて歪みを打ち消す射影を形成すれば、分解能を損なうことなく歪み補正を行うことができる。また画像変形に要する時間が削減されるため、リ

アルタイム性に優れた系を構成できる。プロジェクタの射影は透視投影カメラの射影と同様であるため、提案手法をそのまま適用してプロジェクタ系のミラー設計を行った。図 6(a) は、プロジェクタと自由形状ミラーおよびスクリーンから構成された反射屈折光学型プロジェクタである。目的射影はプロジェクタにより投影された格子映像がスクリーン上で正しく格子に現れるように設定される。図 6(b) は上記設定にもとづいて設計された自由形状ミラーの概形である。プロジェクタのみを用いて斜めから投射された映像は図 6(d) のように台形に歪むのに対し、設計された自由形状ミラーを用いると図 6(e) のように歪みのない映像を得ることができる。映像の端にわずかな歪みが残っているが、これを補正するための画像変形は分解能の低下をほとんど起こさない。提案手法による自由形状ミラーは投影映像の補正にも十分適用可能であることが確認された。

### 4.3 非等方な反射屈折光学型全方位カメラ

4.1.4.2 節で挙げた問題設定は、射影の均一さや直交性を保持することを目的としていた。本節ではより特殊な射影を対象とした設計例について述べる。一般に凸型反射鏡を用いた反射屈折型の全方位カメラはミラー形状がカメラ光軸を中心とした回転対称形であるため、射影も回転対称であり方位に依らない等方な性質を持つ。その一方で方位により射影特性が異なる全方位カメラが有効な場面もある。[9] で提案されている非等方性全方位カメラはその一例で、移動ロボットの視覚系への利用から考案された進行軸方位で高分解能な全方位カメラである (図 7(a))。しかしミラー形状が数個のパラメータで決定されているため設計自由度が足りず、結果として経度方向の分解能には顕著な変化をもたらすものの、緯度方向の分解能は方位によらずほぼ一定のままであった。そこで、経度と緯度の両方向に沿った分解能が進行軸方位で高分解能となり、かつ観測方位が側方に移るにしたがって分解能が減少するような目的射影を定義し、提案手法によりミラー設計を行った。設計されたミラー形状の外観図および均一な格子パターンのパノラマシーンを撮影したときの入力画像例を図 7(b)-(d) に示す。入力画像上において、画像中心からの放射方向および画像中心に関する回転方向がシーン中での緯度方向と経度方向に対応している。各格子はシーン中で同じ大きさなので入力画像上で大きく現れている部分ほどシーンに対して高分解能であることに対応する。入力画像の垂直軸周囲に比べ水平軸周囲の格子が大きく射影されていることから、左右方向をロボットの進行軸方位に一致させて搭載することとなる。

### 4.4 重みマップの利用

重みマップを用いて  $curl$  値が大きい部分の評価値を下げたとき、どのような効果が現れるのか実証する。重みマップの効果がわかりやすいように、理想的には残差を生じない問題設定、すなわち実在するミラー形状に基づいた射影を目的射影として設定した。図 8 はカメラの前に四角錐型の反射ミラーを配置した反射屈折光学系を示している。この光学系が形成する射影を目的射影として自由形状ミラーを設計した場合、もとの四角錐が最適なミラー形状として得られなければならない。しかし、目的射影は四角錐の稜線において滑らかでないため、画像中の対応

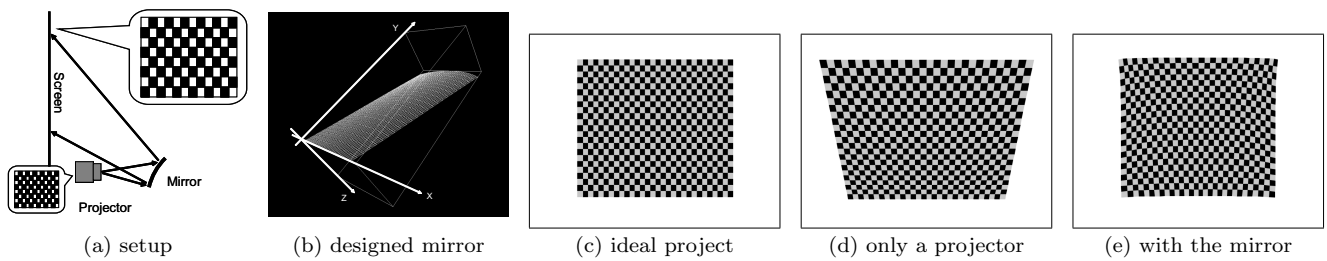


図 6 反射屈折光学型プロジェクタ.

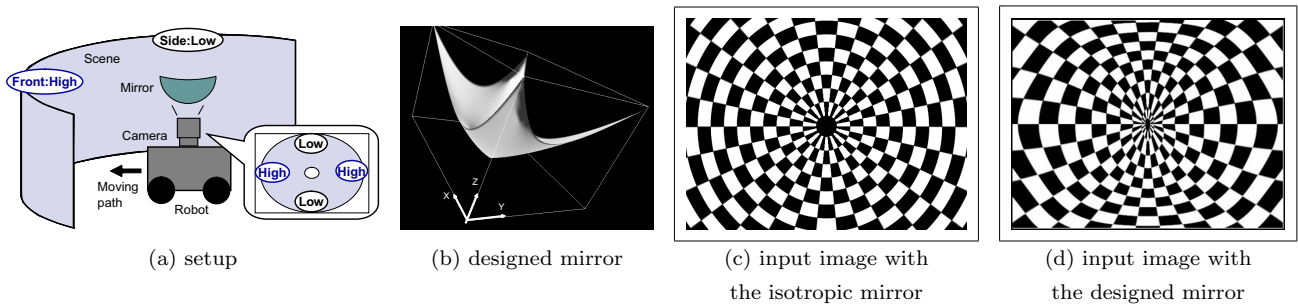


図 7 非等方な全方位カメラ

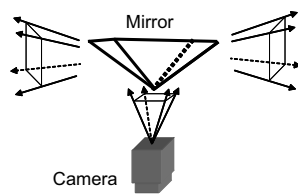


図 8 四角錐型ミラーを用いた反射屈折光学系とその射影.

する部分で射影残差を生じてしまう．上記問題設定に対し, *curl* 値が閾値よりも大きな部分は重みを 0 とするような重みマップを用いた提案手法, および従来手法 [11] の 2 手法を用いて自由形状ミラーの設計を行い, 稜線付近に生じる射影残差を比較した．設計されたミラー表面形状, および生じた射影残差を図 9 に示す．どちらの手法でもほぼ同様の四角錐型ミラーが得られたが, 射影残差は明らかに異なっていた．[11] では自由形状ミラーをスプラインで定義しているの, 四角錐の稜線で生じた残差が周辺に広がってしまっている．一方, 提案手法では自由度の高い形状表現と重みマップの利用により, 稜線で生じる残差および周辺への伝播が最小限にとどめられている．

### 5. 提案手法の問題点

提案手法はミラー表面の勾配を直接制御変数とすることで, より一般的で自由度の高いミラー形状表現を可能としているが, 依然として問題点も残されている．

まず第一に計算時間が長いことが挙げられる．可積分性や最小二乗近似の数学的表現はすべて行列を用いて線形で定式化されているため解法自身はなんら複雑なものではない．しかし行列  $T$  や  $WT$  は行と列が各々万を超える巨大な行列となっているため, その疑似逆行列を算出するためには長い時間を要してしまう．一例として  $128 \times 96$  といった小さな像面で設計を行った場合でも, 計算にはおよそ 1 時間を必要とした (CPU: Xeon 3.0GHz. 逆行列計算のアルゴリズムは LU 分解を用いて実装).

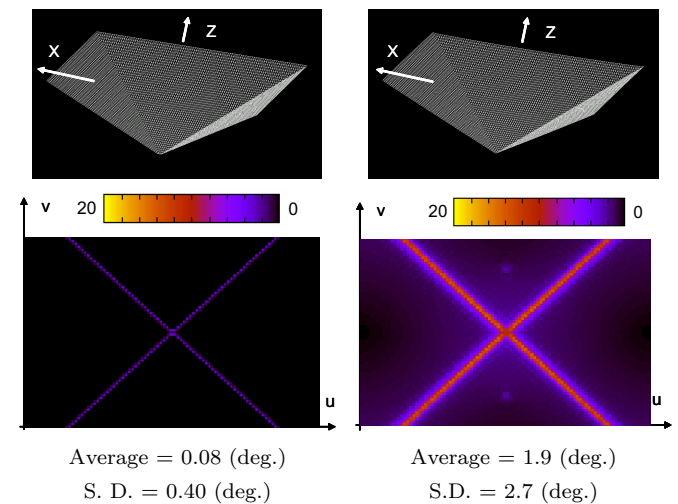


図 9 四角錐型ミラーによる不連続な目的射影を対象とした自由形状ミラー設計結果. (左) 重みマップを用いた提案手法. (右) 従来手法 [11]. (上) ミラー概形. (下) 射影残差.

提案手法が用いられるのは光学系の設計段階であるため, オンライン処理の必要性はないが, やはりある程度的高速化は必要である． $T$  や  $WT$  は疎な行列であるため, 一般的な逆行列の算出法ではなく, 効果的な独自の解法が存在すると考えている．

第二の問題点は目的射影が非可積分であり特にその度合いが大きい場合である．提案手法では, まず可積分を満たすように勾配に拘束をかけ, その上で目的射影に対する最適化を行う．そのため任意の目的射影を対象にした場合, 可積分となるための拘束が最適化を大きく阻害することもある．結果, 出力されたミラーによる射影は目的射影から大きく掛け離れたものになってしまう．可積分性は整合性のとれた表面を形成するために必須の条件である．よってこのような結果となるのは, 与えた目的射影がそもそも実現不可能でその不可能度合いも大きかったことが原因である．すなわち提案手法は最適なミラー形状を設計

するが、そのときの目的射影に対する充足度は与えた目的射影自身に依存する。4.1節や4.2節で示した図に見られる残差が比較的小さい値に収まっているのは与えた目的射影の非可積分性が小さかったからでもある。上記の問題は一枚の曲面ミラーで形成できる射影の限界というべきもので、実際、[10]や[11]といった従来手法でも同様に生じる問題である。ゆえに提案手法のアルゴリズムに特有の問題ではないが、解決すべき大きな課題であることはわからない。解決法の1つとしてミラーの枚数を1枚ではなく2枚、3枚と増やし、それらを用いて複数回反射の光学系を構成することが挙げられる。1枚目のミラーで実現可能な射影空間の先にさらに2枚目のミラーで実現可能な射影空間が順に繋がっていくため、より幅広い目的射影に対応できると考えられる。

## 6. ま と め

本論文では、反射屈折光学系における反射ミラー形状の新たな表現方法と、それにもとづいたミラー形状設計法を提案した。提案手法では、表面勾配の集合で自由形状ミラーを定義し、像面全体を対象とした離散化を行うことで自由度の高い表面形状表現を可能としている。我々はミラー形状設計とフォトメトリックステレオにおける三次元形状復元に存在する共通点および相違点に着目し、可積分性を利用したミラー形状設計法を考案した。実験では提案手法により設計された自由形状ミラーを用いることで、特殊な射影を要求する光学系を構成できることを検証した。また可積分性を利用して作成した重みマップを用いることで、より適用的に最適化が行われることが確認された。

## 謝 辞

本研究の一部は、文部科学省科学技術振興調整費「新映像技術ダイブイントゥザムービーの研究」により進められている。

## 文 献

- [1] Y. Yagi and S. Kawato, "Panorama scene analysis with conic projection", Proc. IEEE/RSJ Int. Workshop on Intelligent Robotics and Systems(IROS), pp. 181-187, 1990.
- [2] K. Yamazawa, Y. Yagi, and M. Yachida, "HyperOmni Vision: Visual Navigation with an Omnidirectional Image Sensor", Systems and Computers in Japan, Vol. 28, No. 4, pp. 36-47, 1997.
- [3] S. K. Nayar, "Catadioptric Omnidirectional Camera", Proc. of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), pp. 482-488, 1997.
- [4] H. Naghara, K. Yoshida, and M. Yachida "An Omnidirectional Vision Sensor with Single View and Constant Resolution", Proc. of IEEE Int. Conf. Computer Vision(ICCV), Oct, 2007.
- [5] J. Gasper, C. Decco, J. Okamoto and J. S. Victor, "Constant Resolution Omnidirectional Cameras", Proc. of IEEE Workshop on Omnidirectional Vision (OMNIVIS), pp. 27-34, 2002.
- [6] T. L. Conroy and J. B. Moore, "Resolution Invariant Surfaces for Panoramic Vision Systems", Proc. of IEEE Int. Conf. on Computer Vision (ICCV), Vol. 1, pp. 392-397, 1999.
- [7] R. A. Hicks and R. K. Perline, "Equi-areal Catadioptric sensors", Proc. of IEEE Workshop on Omnidirectional Vision (OMNIVIS), pp. 13-19, 2002.
- [8] T. Nakamura and H. Ishiguro, "Automatic 2D map construction using a special catadioptric sensor", Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS), pp. 196-201, 2002.
- [9] K. Kondo, Y. Yagi, and M. Yachida, "Non-isotropic Omnidirectional Imaging System for an Autonomous Mobile Robot", Proc. of IEEE International Conference on Robot and Automation (ICRA), 2005.
- [10] R. A. Hicks, "Designing a mirror to realize a given projection", Journal of Optical Society of America, Vol. 22, No. 2, pp. 323-329, 2005.
- [11] R. Swaminathan, S. K. Nayar, and M. D. Grossberg, "Designing of Mirrors for catadioptric systems that minimize image error", Proc. of IEEE Workshop on Omnidirectional Vision (OMNIVIS), 2004.
- [12] B. K. P. Horn, "Robot Vision(Mit Electrical Engineering and Computer Science Series)", Mit Pr.
- [13] I. Horovitz and K. Kiryati, "Depth from gradient fields and control points: Bias correction in photometric stereo", Journal of Image and Vision Computing, Vol. 22, No. 9, pp. 681-694, Aug., 2004.
- [14] A. Agrawal and R. Saker, "An Algebraic Approach to Surface Reconstruction from Gradient Fields", Proc. of IEEE Int. Conf. on Computer Vision (ICCV), Vol. 1, pp. 174-181, 2005.
- [15] A. Tankus, N. Sochen, and Y. Yeshurun, "A New Perspective [on] Shape-from-Shading", Proc. of IEEE Int. Conf. on Computer Vision (ICCV), Vol. 2, pp. 862-869, 2003.
- [16] A. Tankus and N. Kiryati, "Photometric Stereo under Perspective Projection", Proc. of IEEE Int. Conf. on Computer Vision (ICCV), Vol. 1, pp. 611-616, 2005.